*Новоселов А., гр. 521*

*Сычева Е., гр. 521*

## Условие. Теорема 2.

Алгоритм Шави-Франчеза является корректным алгоритмом обнаружения завершения вычисления; в нем используется $M+W$ обменов контрольными сообщениями.

## Пояснения.

### Теорема 1.

$term ⇔(∀p\in ℙ: state\_{p} = passive)$

$ ∧ (∀pq \in E: M\_{pq} не содержит сообщения ⟨mes⟩).$

### Теорема 3.

Для обнаружения завершения децентрализованного ба­зового вычисления в худшем случае требуется совершить обмен не менее чем $W$ контрольными сообщениями, где $W$ - коммуникационная сложность волнового алгоритма.

### Алгоритм Дейкстры-Шолтена. Теорема 1.

Алгоритм Дейкстры-Шолтена являет­ся корректным алгоритмом обнаружения завершения вычисления; в нем используется $M$ обменов контрольными сообщениями.

### Алгоритм Шави-Франчеза.

Алгоритм Шави-Франчеза — это обобщенный для случая децентрализованных базовых вычислений алгоритм Дейкстры-Шол­тена.

### Алгоритм Шави-Франчеза. Примечания:

1. В приведенном описании волновой алгоритм в явном виде не выделен.
2. Волновой алгоритм запускают только инициаторы базовых вычислений.
3. Все процессы проводят параллельное выполнение волнового алгоритма, причем отправление сообщений или принятие решения разрешается только тем процессам $p$, у которых переменная emptyp имеет значение true.
4. При осуществлении события $decide$вызывается процедура $Announce$.

### Алгоритм Шави-Франчеза. Дополнительные обозначения:

$V\_{F}= \{p:father\_{p} \ne udef\}∪\{⟨mes,p⟩ на этапе пересылки\}$

$ ∪\{⟨sig,p⟩ на этапе пересылки\}$

$E\_{F} = \{(p,father\_{p}): father\_{p} \ne udef ∧ father\_{p} \ne p\}$

$ ∪\{(⟨mes,p⟩,p): ⟨mes,p⟩ на этапе пересылки\}$

$ ∪\{(⟨sig,p⟩,p): ⟨sig,p⟩ на этапе пересылки\}.$

### Предпосылка Q является инвариантом алгоритма Шави — Франчеза.

 $Q ⇔ state\_{p}=active ⇒p\in V\_{F} (1)$

$ ∧ (υ, ν) \in E\_{F}⇒υ\in V\_{F}∧ν\in V\_{F}∩ℙ (2)$

$ ∧ sc\_{p}=\#\{ν:(ν,p)\in E\_{F}\} (3)$

$ ∧ V\_{F}\ne ⊘⇒ F является лесом (4)$

$ ∧ (state\_{p}= passive ∧sc\_{p} = 0) ⇒p \notin V\_{F} (5)$

$ ∧ empty\_{p}⇔T\_{p} пусто (6)$

## Доказательство.

Как при доказательстве Теоремы 1, можно пока­зать, что число сигналов не превосходит числа базовых сообщений $M$. Кроме сиг­налов контрольный алгоритм отправляет только сообщения для одной волны, количество которых равно $W$ согласно Теореме 3. Значит, всего будет отправлено не более $M+W$ контрольных сообщений.

Обоснуем необходимое и достаточное условия корректности алгоритма.

### Необходимое условие корректности алгоритма

Покажем, что происходит необходимый вызов процедуры оповещения *Announce*:

* После завершения базового вычисления могут выполняться только действия $A\_{p}$. А так как $S$ уменьшается на единицу при совершении каждого такого перехода, алгоритм достигнет заключительной конфигурации.
* По определению в заключительной конфигурации в множестве $V\_{F}$ отсутствуют сообщения. Кроме того (согласно соотношению (5) предпосылки $Q$) в множестве $V\_{F}$ невожможно наличие пассивных листовые вершины из графа $F$. Следовательно, граф $F$ не имеет вообще листовых вершин, а это значит, что граф $F$пуст.
* Так как грав $F$пуст в распространении волны может участвовать каждый процесс. При достижении заключительной конфигурации, все события, присущие этой волне, осуществились, включая хотя бы одно событие принятия решения *decide*, которое было обязано вызвать процедуру *Announce* (см. Алгоритм Шави-Франчеза. Примечание 4).

### Достаточное условие корректности алгоритма.

Проверка того, что все деревья исчезли, проводится при помощи одной-единственной волны, при этом:

* Процедура оповещения *Announce* вызывается только при осуществлении события принятия решения *decide* в волне (см. Алгоритм Шави-Франчеза. Примечание 4).
* Событию принятия решения *decide* в волне предшествует, по крайней мере, одно событие в каждом процессе: отправления сообщения или принятия решения. При этом каждый процесс принимает участие в распространении волны только тогда, когда его дерево исчезает: отправление сообщений или принятие решения разрешается только тем процессам $p$, у которых переменная $empty\_{p}$ имеет значение *true* (см. Алгоритм Шави-Франчеза. Примечание 3)
* Лес $F$ строится так, чтобы всякое дерево $T$, ставшее пустым, оставалось пустым и в дальнейшем: ни один из блоков действий не содержит оператор $empty\_{p}=false$*.*
* Во время вызова процедуры оповещения *Announce* для каждого процесса $p$, переменная $empty\_{p}$ имеет значение *true*, что эквивалентно пустоте $V\_{F}$(обобщая соотношение (6) предпосылки $Q$). Следовательно, предикат $term$обращается в истину. ◻